

УДК 539.14

В. Н. ЕРМАКОВ, С. П. КРУЧИНИН, Е. А. ПОНЕЖА
СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ТОК В БИСОЛИТОННОЙ
МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Показано, что переход в сверхпроводящее состояние, описываемое бисолитонной моделью сверхпроводимости, сопряжен с деформацией спектра одночастичных состояний носителей тока. Величина деформации пропорциональна силе сверхпроводящего тока, остаточное сопротивление в таких состояниях отсутствует.

Анализ вольт-амперных зависимостей в высокотемпературных сверхпроводниках обнаруживает ряд особенностей, интерпретация которых на основе модели сверхпроводимости БКШ сопряжена со значительными трудностями [1, 2]. Возможно, это связано с упрощенным описанием тока в ферми-системах [3], основанным на представлении о смещении сферы Ферми на величину импульса куперовской пары [4]. Такое описание может быть осуществлено и в бисолитонной модели сверхпроводимости [5, 6]. Однако в этой модели может быть также осуществлено описание сверхпроводящего состояния с током, когда вследствие деформации энергетического спектра нарушается характер распределения носителей тока. При этом нарушается симметричность распределения, благодаря чему в системе возникает ток. Такая деформация спектра существенна у поверхности Ферми и практически не сказывается в глубине сферы.

Прямым следствием таких состояний сверхпроводника являются асимметрия вольт-амперных зависимостей в туннельных системах по отношению к направлению тока (зависимость величины диэлектрической щели сверхпроводящего перехода от направления тока в туннельных системах металл-сверхпроводник.) При низких температурах и малом сопротивлении туннельного контакта зависимость тока от внешнего потенциала в области значений, меньших ширины щели, носит линейный характер. Эти закономерности экспериментально наблюдались в работах [1, 2, 7-9].

1. Поле деформаций

Согласно бисолитонной теории сверхпроводимости [5, 6], переход в сверхпроводящее состояние обусловлен возникновением бисолитонного конденсата, сопровождающегося образованием поля локальной деформации. Это поле описывается потенциалом

$$W(x) = -4Jg\Phi^2(x). \quad (1)$$

Постоянные J и g соответственно определяются выражениями

$$J = \hbar^2/2ma^2, \quad g = \sigma^2/2J\kappa(1 - s^2), \quad s = v/c.$$

Здесь a — период цепочки; σ — параметр деформационного взаимодействия; κ — коэффициент упругости; m — эффективная масса носителей тока (электроны или дырки); v — скорость бисолитонного конденсата, c — скорость звука в системе.

Функция $\Phi(x)$ периодична с периодом aL (L^{-1} — концентрация бисолитонов): $\Phi(x + aL) = \Phi(x)$, нормирована условием

$$\int_0^L \Phi^2(x) dx = 1. \quad (2)$$

и является решением нелинейного уравнения

$$\left[J \frac{d^2}{dx^2} - W(x) + E_s \right] \Phi(x) = 0, \quad (3)$$

где E_s — энергия образования бисолитона.

Решение уравнения (3), удовлетворяющее условиям (2), может быть представлено с помощью эллиптических функций Якоби $dn(U, q)$:

$$\Phi(x) = \sqrt{\frac{g}{2}} \frac{dn(U, q)}{E(q)}, \quad U = gx/E(q). \quad (4)$$

Модуль q определяется из уравнения

$$gL = 2K(q)E(q), \quad (5)$$

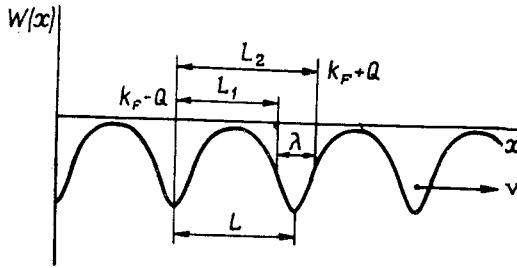


Рис. 1. Деформационное поле $W(x)$ с периодом L , движущееся со скоростью $v = \hbar Q/2m$ (L_1, L_2 — периоды деформационного поля для квазичастиц с импульсами $k_F - Q$ и $k_F + Q$ соответственно).

содержащего полные эллиптические интегралы $K(q)$ и $E(q)$ первого и второго рода соответственно [10].

В бисолитонной теории сверхпроводимости поле деформаций (1) представляет собой систему периодически расположенных с периодом aL потенциальных ям (рис. 1), в каждой из которых находится пара квазичастиц с противоположными импульсами и спинами. При движении бисолитона, собранного спариванием в деформационной яме квазичастиц с импульсами

$$P_1 = -\hbar k_F, \quad P_2 = \hbar k_F + \hbar Q \quad (6)$$

со скоростью $v = \hbar Q/2m$ (Q — импульс бисолитона), поле деформаций перемещается с этой же скоростью [6]. Такое движущееся поле в системе координат, связанной с ним, будет описываться соотношением (1), в котором необходимо заменить

$$x \rightarrow \xi = x - vt, \quad g \rightarrow g/(1 - v^2/c^2), \quad \hbar k' = \hbar k + Q\hbar/2. \quad (7)$$

Энергия одночастичных состояний $\varepsilon(k) = Jk^2 a^2$ в этой системе равна

$$\varepsilon(k) \rightarrow \varepsilon(k - Q/2) = \varepsilon'(k'). \quad (8)$$

Образование бисолитонного поля деформаций приводит к перестройке энергетического спектра одночастичных состояний.

2. Одночастичные состояния

Волновая функция $\Psi(\xi, t)$ одночастичных стационарных состояний в системе координат, движущейся вместе с бисолитонным конденсатом, является решением уравнения Шредингера с потенциалом $W(\xi)$, определяемым выражением (1):

$$\left[J \frac{d^2}{d\xi^2} - W(\xi) + E + E_F \right] \Psi(\xi) = 0, \quad (9)$$

где $E_F = Jk_F^2 a^2$ — энергия Ферми.

Для определения одночастичного спектра представим $\Psi(\xi)$ в виде разложения по функциям $\varphi_k(\xi)$:

$$\Psi(\xi) = \sum_k u(k) \varphi_k(\xi), \quad (10)$$

$$\varphi_k(\xi) = \frac{1}{\sqrt{l}} \exp(ik\xi). \quad (11)$$

Функции $\Psi(\xi)$ и $\varphi_k(\xi)$ нормированы в пространстве $l \rightarrow \infty$, где l — длина цепочки, откуда следует соотношение

$$\sum_k |u(k)|^2 = 1. \quad (12)$$

Используя (10) и (11), представим уравнение (9) в виде

$$[-\varepsilon(k) + E + E_F] u(k) + \sum_{k_1} W(k - k_1) u(k_1) = 0, \quad (13)$$

в котором

$$W(k - k_1) = \int_{-l/2}^{l/2} \varphi_k^*(\xi) W(\xi) \varphi_k(\xi) d\xi. \quad (14)$$

Уравнение (13) с использованием периодических свойств потенциала $W(\xi)$, позволяющих записать $W(q)$ в виде

$$W(q) = U(q) \frac{L}{l} \sum_{n=-l/2L}^{n=l/2L} \exp(-iLnq), \quad (15)$$

где

$$U(q) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} W(\xi) \exp(-iQ\xi) d\xi, \quad (16)$$

может быть упрощено. $W(q)$ отлично от нуля, когда

$$Lg = 2\pi\nu, \quad \nu = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (17)$$

Для квазичастиц с импульсами (6), образующих движущийся бисолитон, выражение (17) примет вид

$$L(2k_F + Q) = \pm 2\pi\nu. \quad (18)$$

В зависимости от знака k_F и Q равенство (18) приводит к двум значениям L . Для определенности выберем $Q > 0$. Тогда из (18) получим

$$L_1(-2|k_F| + Q) = 2\pi\nu, \quad L_2(2|k_F| + Q) = 2\pi\nu, \quad (19)$$

где $L_{1,2} = L \pm \lambda/2$; $Q \ll |k_F|$.

Параметр λ характеризует эффективное изменение расстояния между ямами вследствие изменения скорости движения квазичастиц при их взаимодействии через деформационное поле и определяется из уравнения $|k_F|\lambda - QL = 0$.

Таким образом, для $L_{1,2}$ получим

$$L_{1,2} = L \pm \frac{QL}{2|k_F|}.$$

На рис. 1 показаны движущаяся система периодически расположенных ям $W(\xi)$ и изменение эффективных периодов квазичастиц с различными импульсами, образующими бисолитон. С учетом (19) получим

$$|k_F|L \left(1 - \frac{Q^2}{4k_F^2}\right) = \pi\nu. \quad (20)$$

Соотношение (20) устанавливает связь между плотностью бисолитонов L^{-1} и плотностью Ферми-частиц, пропорциональных k_F . Следовательно, согласно уравнению (13), поле деформации осуществляет гибридизацию состояний с волновыми числами $|k| < |k_F|$ и состояний с $|k| > |k_F|$. Для состояний с $k > 0$ гибридизация осуществляется с состояниями, смещенными на волновой вектор $-2k_F + Q$. Состояния с $k < 0$ гибридизуются с состояниями, смещенными на волновой вектор $2k_F + Q$. С учетом этого уравнения (13) примут вид

$$\begin{cases} [-\varepsilon(k) + E + E_F] u(k) + v(k) \Delta = 0, \\ \Delta v(k) + [-\varepsilon(k - 2k_F - Q) + E + E_F] v(k) = 0. \end{cases} \quad (21)$$

Амплитуды $u(k)$ и $v(k) = u(k - 2k_F - Q)$ удовлетворяют условию нормировки $|u(k)|^2 + |v(k)|^2 = 1$.

Параметр Δ определяется выражением

$$\Delta = U(2k_F). \quad (22)$$

Из системы (21) получим выражение для энергии одной частицы в неподвижной системе координат:

$$E_{\pm}(k) = [\varepsilon(k) + \varepsilon(k - 2k_F - Q) - 2E_F]/2 \pm \sqrt{[\varepsilon(k) - \varepsilon(k - 2k_F - Q)]^2/4 + \Delta^2}. \quad (23)$$

Аналогичным образом получим значения амплитуд $u(k)$ и $v(k)$ как функций волнового числа k :

$$\begin{cases} u^2(k) \\ v^2(k) \end{cases} = \frac{1}{2} \left[1 \mp \frac{\varepsilon(k) - \varepsilon(k - 2k_F - Q)}{[\varepsilon(k) - \varepsilon(k - 2k_F - Q)]^2 + 4\Delta^2} \right]. \quad (24)$$

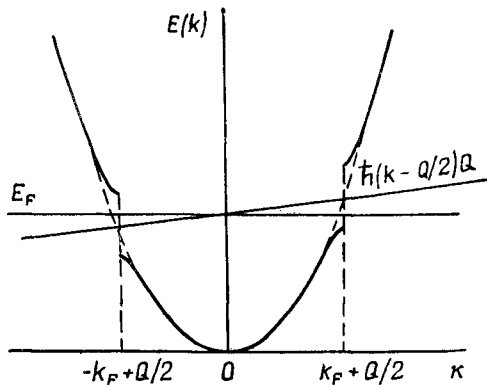


Рис. 2. Энергетическая структура одночастичного спектра бисолитона в сверхпроводящем состоянии с током ($Q \neq 0$).

Выражения (23) и (24) справедливы при $k_F > 0$. Как следует из (23), в одночастичном спектре возбуждений образуется щель. Ее расположение зависит от величины Q , т. е. направления и силы текущего тока. На рис. 2 показана энергетическая структура одночастичного спектра энергии в сверхпроводящем состоянии с током. Для энергии вблизи E_F из (23) и (24) получим следующие выражения для энергии одночастичных состояний $E(k)$ и амплитуд $u(k)$ и $v(k)$:

$$E(k) = Jk_F Q \chi^2 \pm [4E_F \varepsilon(k - k_F - Q/2) + \Delta^2]^{1/2}, \quad (25)$$

$$\begin{cases} u^2(k) \\ v^2(k) \end{cases} = \frac{1}{2} \left\{ 1 \mp \frac{2Jk_F(k - k_F - Q/2)}{[4E_F \varepsilon(k - k_F + Q/2) + \Delta^2]^{1/2}} \right\}. \quad (26)$$

В соответствии с этим волновая функция одночастичных состояний $\Psi(\xi)$ в неподвижной системе координат будет иметь следующий вид:

для нижней зоны

$$\Psi_n(\xi) = \sqrt{1/l} \exp(ika\xi) \{u(k) + v(k) \exp[i(2k_F + Q)a\xi]\}, \quad (27)$$

для верхней зоны

$$\Psi_v(\xi) = \sqrt{1/l} \exp(ika\xi) \{v(k) - u(k) \exp[i(2k_F + Q)a\xi]\}. \quad (28)$$

Состояния нижней зоны заняты, в верхней — свободны.

3. Диэлектрическая щель

В сверхпроводнике с током ($Q \neq 0$) энергетический спектр деформируется, и нарушается симметрия по отношению к инверсии знака импульса (см. рис. 2). Такое несимметричное распределение электронов приводит к появлению незатухающего сверхпроводящего тока I_s , равного

$$I_s = \sum_k \frac{eh}{2mi} \left(\Psi_k \frac{\partial \Psi_k^*}{\partial x} - \Psi_k^* \frac{\partial \Psi_k}{\partial x} \right), \quad (29)$$

где волновая функция $\Psi_k(x)$ определяется выражением (27). Этот ток со временем осциллирует с частотой $\omega = \hbar k_F Q/m$. Его среднее значение, согласно (27) и (29), равно

$$\langle I_s \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} I(t) dt = \frac{eV k_F}{\pi} (1 - \Delta/E_F). \quad (30)$$

С увеличением сверхпроводящего тока, пропорционального скорости движения бисолитонов, потолок нижней зоны (заполненной электронами) будет подниматься, а дно верхней зоны (свободной) — опускаться. Когда они сравниваются, часть электронов перейдет в незаполненную зону, и в системе возникнет сопротивление. Следовательно, прохождение тока в такой системе без сопротивления возможно только тогда, когда

$$\Delta_{\text{eff}} = E_v(k = -|k_F| + Q/2) - E_n(k = |k_F| + Q/2) > 0. \quad (31)$$

Используя (25), из (31) получаем

$$\Delta_{\text{eff}} = \Delta - 2\hbar k_F V > 0 \quad (32)$$

(Δ_{eff} характеризует эффективную величину диэлектрической щели в сверхпроводнике с током). Таким образом, из (30) и (32) можно получить для критической скорости V_{cr} и критического тока $\langle I_{\text{cr}} \rangle$ следующие выражения:

$$V < V_{\text{cr}} = \frac{\Delta}{2\hbar k_F},$$

$$\langle I_s \rangle < \langle I_{\text{cr}} \rangle = \frac{e\Delta}{2\pi\hbar} \left(1 - \frac{\Delta}{k_F}\right). \quad (33)$$

В сверхпроводящем состоянии системы с током $I < \langle I_{\text{cr}} \rangle$ рассеяние носителей тока, не нарушающее асимметрию энергетических зон, будет отсутствовать. Эта ситуация также сохраняется при конечных температурах ниже критической. В этом случае носители, возбужденные тепловым образом, являются равновесными и не участвуют в переносе тока. Таким образом, мы приходим к случаю двухкомпонентного ферми-газа, одна компонента которого — сверхпроводящая, а другая — нормальная. Направленное движение нормальной компоненты сопровождается диссипацией энергии и выделением джоулевого тепла.

В выражениях для $E(k)$ и ω, ν величина щели определяется формулами (16) и (22), а L следует из соотношения (20). Осуществляя в (16) интегрирование, при больших Lg получаем следующее выражение для щели:

$$2\Delta = \frac{8k_F^2 J}{\nu(1 - Q^2/4k_F^2)} \text{sh}^{-1} \left(\frac{k_F \pi}{g} \right). \quad (34)$$

В зависимости от значения ν , как показано в работе [10], возможны различные значения щели 2Δ .

4. Вольт-амперные характеристики туннельного тока

Деформация энергетического спектра сверхпроводящим током приводит к экспериментально наблюдаемым особенностям в вольт-амперных характеристиках систем металл — изолятор — сверхпроводник. При контакте металл — диэлектрик — сверхпроводник протекающий ток определяется с помощью коэффициента прохождения через барьер, имеющего постоянное значение [12, 13]:

$$I = \frac{e}{2\pi\hbar} \rho \int P [f_1(E) - f_2(E)] d\xi + \langle I_s \rangle \quad (35)$$

(ρ — плотность электронов в металле, падающих на барьеры, $f_{1,2}(E)$ — ферми-функции распределения электронов в металле и сверхпроводнике соответственно).

Составляющая $\langle I_s \rangle$ в формуле (35) обусловлена возможностью в бисолитонной теории сверхпроводимости (вследствие нарушения симметричности распределения электронов) туннелировать через барьер непосредственно из нижней зоны сверхпроводника в состояние металла ниже уровня Ферми (и, наоборот — при обратном токе). Такое туннелирование подобно джозефсоновскому току в системе сверхпроводник — диэлектрик — сверхпроводник. Во внешнем слое ток в металле является нормальным. Зависимость E от $\epsilon(k)$ вблизи энергии Ферми определяется выражениями (25), с помощью которых преобразуем (35) к виду

$$I = I_0 \frac{1}{\Delta} \int \frac{dE |E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}} [f_1(E + 2E_F q + \varphi) - f_2(E + 2E_F q)] + \langle I_s \rangle, \quad (36)$$

где

$$q = Q/k_F, \quad I_0 = \frac{e}{2\pi\hbar} \rho \Delta k_F^2,$$

φ — приложенный к системе внешний потенциал.

При малых напряжениях ($\varphi \ll \Delta$) ток, текущий через систему, будет равен $I \approx \langle I_s \rangle$. В этом случае падение напряжения осуществляется только на металле и диэлектрике, имеющих общее сопротивление R . Таким образом, для $\langle I_s \rangle$ получим

$$\langle I_s \rangle = \frac{\varphi}{R} = \frac{ek_F \hbar Q}{\pi m}, \quad (37)$$

откуда следует

$$Q = \frac{\pi m \varphi}{\hbar k_F R e}, \quad (38)$$

$$J k_F Q a^2 = \alpha \varphi, \quad \alpha = \frac{\pi \hbar}{2 R e}. \quad (39)$$

На рис. 3 изображены зависимости тока I (кривая 1) и проводимости $dI/d\varphi$ (кривая 2)

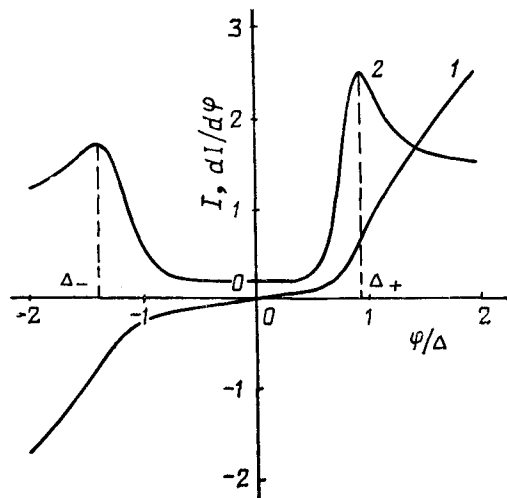


Рис. 3. Вольт-амперная характеристика (кривая 1) и зависимость проводимости $dI/d\varphi$ (кривая 2) от напряжения φ для сверхпроводящего тока.

от приложенного внешнего потенциала φ при температурах $k_B T/\Delta = 0,1$. Асимметрия щели Δ по отношению к знаку φ обусловлена наличием слагаемого $J k_F Q a^2$ в функциях распределения выражения (36). В области температур $T = 0$ для Δ_{\pm} из (25) при $\varphi = 0$ получим

$$\Delta_+ = \Delta - J k_F Q a^2, \quad \Delta_- = \Delta + J k_F Q a^2, \quad \sigma = \Delta_+ - \Delta_- = 2 J k_F Q a^2 = 2 \alpha \Delta. \quad (40)$$

Как следует из (40), σ зависит от сопротивления R , и с уменьшением R величина σ увеличивается. Одновременно при малых φ ток линейно зависит от приложенного напряжения. Эти закономерности хорошо прослеживаются в экспериментальных работах [1, 7-9].

Заключение

Таким образом, сверхпроводящий ток в бисолитонной модели сверхпроводимости сопряжен с деформацией энергетических зон одночастичного спектра возбуждений. Такая трактовка движения сверхпроводящего конденсата, в отличие от традиционного рассмотрения движения всей ферми-сферы, лишена недостатков, связанных с нарушением принципа Паули и проблемой остаточного сопротивления. Рассматриваемая картина сверхпроводимости не зависит от конкретной модели сверхпроводимости и может быть рассмотрена в различных моделях. Она приводит к ряду физических следствий: несимметричности вольт-амперных характеристик, линейной зависи-

мости тока от напряжения при напряжениях, меньших энергии щели и др. Эти закономерности экспериментально наблюдаются [1, 7-9].

Авторы выражают благодарность А. С. Давыдову за полезное обсуждение полученных результатов.

V. N. ERMAKOV, S. P. KRUCHININ, and E. A. PONEZHA

SUPERCONDUCTING CURRENT IN A BISOLITON SUPERCONDUCTIVITY MODEL

It is shown that the transition into a superconducting state with the current which is described by a bisoliton superconductivity model is accompanied by the deformation of the spectrum of one-particle states of the current carriers. The deformation value is proportional to the conducting current force. The residuary resistance in such state is absent.

LIST OF SYMBOLS. g , deformation interaction parameter; κ elasticity coefficient; m , Fermi-particle mass; a , period of the chain; E_F , Fermi energy; Δ , dielectric gap; I_s , superconducting current; $f_{1,2}$, Fermi-functions of electrons; ρ , density of electrons.

FIGURE CAPTIONS. *Fig. 1.* Deformation field $W(x)$ with period L moving at velocity $v = \hbar Q/2m$ (L_1, L_2 are the deformation field periods for quasi-particles with momenta $k_F - Q$ and $k_F + Q$, respectively).

Fig. 2. Energy structure of one-particle spectrum of superconducting bisoliton with current ($Q \neq 0$).

Fig. 3. I - V characteristic (curve 1) and dependence of conductivity $dI/d\varphi$ (curve 2) on voltage φ for superconducting current.

1. Kirtley J. R. Tunneling measurements of the energy gap in high- T_c superconductors // Intern. J. Mod. Phys. B.— 1990.— 4, N 2.— P. 201—237.
2. Заварницкий Н. В. Энергетическая щель в спектре возбуждений оксидных сверхпроводников // УФН.— 1990.— 160, № 9.— С. 176 с.
3. Займан Дж. Принципы теории твердого тела.— М.: Мир, 1966.— 416 с.
4. Фейнман Р. П. Статистическая физика.— М.: Мир, 1975.— 407 с.
5. Давыдов А. С. Высокотемпературная сверхпроводимость.— К.: Наук. думка, 1990.— 175 с.
6. Davydov A. S. Theoretical investigation of high-temperature superconductivity // Phys. Repts.— 1990.— 190, N 4—5.— P. 193—306.
7. Акименко А. И., Пономаренко Н. М., Гудименко В. А., Янсон И. К. и др. / Микроконтактная спектроскопия пленок $\text{SmBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$: многощелевая гармоническая структура // ФНТ.— 1989.— 15, № 12.— С. 1242—1251.
8. Альтофедер И. Б., Володин А. П., Макаренко И. Н., Стишов С. М. Зависимость щели от состава: энергетическая щель в La-Sr-Cu-O по данным туннельных исследований монокристаллов // Письма в ЖЭТФ.— 1989.— 50, вып. 11.— С. 458—461.
9. Takeuchi I. et al. Energy gap of Ti-Ba-Ca-Cu-O compounds by tunneling // Physics C.— 1989.— 159.— P. 83.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, 1974.— 831 с.
11. Ermakov V. N., Kruchinin S. P. One-particle excitation spectrum in a bisoliton model of superconductivity // Phys. status solidi (b).— 1989.— 156, N 1.— P. 333—338.
12. Tsu R., Esaki L. Tunneling in finite superlattice // Appl. Phys. Lett.— 1990.— 22, N 11.— P. 562—564.
13. Ermakov V. N., Ponezha E. A. Резонансное туннелирование в системах с широкими квантовыми ямами.— ДАН УССР. Сер. А.— 1989, № 6.— С. 52—53.

Ин-т теоретической физики
АН УССР,
г. Киев

Получено 10.12.91