

УДК 538.945

В. Н. ЕРМАКОВ, С. П. КРУЧИННИ

## ОДНОЧАСТИЧНЫЙ СПЕКТР ВОЗБУЖДЕНИЙ В БИСОЛИТОННОЙ МОДЕЛИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Сформулирована бисолитонная модель высокотемпературной сверхпроводимости в терминах одночастичных состояний. Показано, что переход в сверхпроводящее состояние сопровождается перестройкой энергетического спектра. Появляется диэлектрическая щель, характерная для теории БКШ. Ее зависимость от концентрации носителей носит немонотонный характер. Рассматриваются условия реализации бисолитонного механизма сверхпроводимости.

Свойства оптических и туннельных явлений сверхпроводящих систем в значительной степени обусловлены особенностями одночастичного энергетического спектра носителей. Переход в сверхпроводящее состояние сопровождается появлением диэлектрической щели и изменением закона дисперсии квазичастичных состояний. В случае низкотемпературных сверхпроводников эти особенности в достаточной мере описываются теорией БКШ [1]. Однако для высокотемпературных сверхпроводников вследствие отсутствия ясного представления о механизме сверхпроводимости [2] вопрос о корректном описании спектра одночастичных возбуждений остается открытым.

В работе рассматриваются особенности изменения одночастичного спектра при переходе в сверхпроводящее состояние в квазиодномерной бисолитонной модели высокотемпературной сверхпроводимости. Согласно этой теории [3, 4], ферми-частицы в квазиодномерной цепочке в состояниях с энергией, близкой к энергии Ферми, с противоположными волновыми числами и спинами спариваются за счет энергии деформации, образуя бисолитон, имеющий нулевой спин и удвоенный заряд. Периодически расположенные бисолитоны могут двигаться вдоль цепочки с одинаковой скоростью, образуя устойчивый бисолитонный конденсат [5].

Ниже будет сформулирована бисолитонная модель сверхпроводимости в терминах одночастичных состояний. При этом ограничимся рассмотрением случая неподвижного конденсата бисолитонов при температуре, равной нулю.

Переход в сверхпроводящее состояние с возникновением бисолитонного конденсата сопровождается образованием поля локальной деформации. В бисолитонной модели это поле описывается потенциалом [3]

$$V(\xi) = -4Jg\Phi^2(\xi), \quad (1)$$

где  $\xi = x/a$  ( $a$  — период цепочки). Постоянные  $J$  и  $g$  соответственно определяются выражениями

$$J = \hbar^2/2ma^2; \quad g = \sigma^2/2J\kappa.$$

Здесь  $g$  — параметр деформационного взаимодействия;  $\kappa$  — коэффициент упругости;  $m$  — масса ферми-частиц;  $\sigma$  — деформационный потенциал.

Функция  $\Phi(\xi)$  периодична с периодом  $aL$  ( $L^{-1}$  имеет смысл концентрации бисолитонов) и нормирована условием

$$\int_0^L \Phi^2(\xi) d\xi = 1. \quad (2)$$

Она может быть представлена с помощью эллиптических функций Якоби  $\text{dn}(u, q)$ :

$$\Phi(\xi) = \left(\frac{g}{2}\right)^{1/2} \frac{1}{E(q)} \text{dn}(u, q), \quad u = g\xi/E(q), \quad (3)$$

где модуль  $q$  определяется из уравнения

$$gL = 2E(q)K(q), \quad (4)$$

$K(q)$  и  $E(q)$  — полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно [5].

Таким образом, согласно (1), поле деформации представляет собой систему периодически расположенных, с периодом  $aL$ , потенциальных ям, в каждой из которых находятся две квазичастицы с противоположными спинами. Это поле будет перестраивать спектр возбуждений одночастичных состояний.

Волновая функция  $\Psi(\xi)$  одночастичных стационарных состояний в системе координат, движущейся вместе с бисолитонным конденсатом, является решением уравнения Шредингера с потенциалом  $V(\xi)$ , определяемым выражением (1):

$$\left( J \frac{d^2}{d\xi^2} + V(\xi) + E + E_F - W \right) \Psi(\xi) = 0, \quad (5)$$

где  $W$  — энергия деформации цепочки одной частицей:

$$W = 2Jg \int_0^L \Phi^4(\xi) d\xi;$$

$E_F = Jk_F^2 a^2$  — энергия Ферми.

Для определения одночастичного спектра представим  $\Psi(\xi)$  в виде разложения по функциям  $\Psi_p(\xi)$ :

$$\Psi_k(\xi) = \sqrt{\frac{1}{l}} \exp\{lak\xi\}, \quad l \rightarrow \infty, \quad (6)$$

ортонормированных в цепочке длиной  $la$ :

$$\Psi(\xi) = \sum_k u(k) \varphi_k(\xi). \quad (7)$$

Функция  $\Psi(\xi)$  нормирована в пространстве  $l$ , и соответственно

$$\sum_k |u(k)|^2 = 1.$$

Используя (6), уравнение (5) представим в виде

$$(-\mathcal{E}(k) + E + E_F - W) u(k) + \sum_{k_1} V(k - k_1) u(k_1) = 0, \quad (8)$$

в котором

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(k) &= Ja^2 k^2; \\ V(k - k_1) &= \int_{-l/2}^{l/2} \varphi_k^*(\xi) V(\xi) \varphi_{k_1}(\xi) d\xi. \end{aligned} \quad (9)$$

Дальнейшее упрощение уравнения (8) может быть осуществлено с использованием свойств потенциала  $V(\xi)$ :

$$V(k - k_1) = U(k - k_1) \frac{L}{l} \sum_{k=-l/2L}^{l/2L} \exp\{-iLan(k - k_1)\}, \quad (10)$$

где

$$U(k) = \frac{1}{L} \int_{-l/2}^{l/2} V(\xi) \exp\{-ika\xi\} d\xi, \quad (11)$$

$V(k - k_1)$  отлично от нуля, когда

$$L(k - k_1)a = 2\pi\nu, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Плотность квазичастиц, находящихся в состояниях, удовлетворяющих соотношению (12), должна быть  $L^{-1}$ . Такое требование выполняется для частиц, находящихся в состояниях, для которых

$$(k - k_1) = 2k_F, \quad k_1 = k - 2k_F. \quad (13)$$

Обозначая  $u(k - 2k_F) = v(k)$  и  $u(2k_F) = \Delta$ ,  $U(0) = 2Jg$ , систему уравнений (8) приводим к виду

$$\begin{aligned} (-\mathcal{E}(k) + E + \mu)u(k) + \Delta v(k) &= 0, \\ \Delta u(k) + (-\mathcal{E}(k - 2k_F) + E + \mu)v(k) &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} u^2(k) + v^2(k) &= 1; \\ \mu &= E_F - U(0) + W. \end{aligned}$$

Из (7) следует одночастичный спектр возбуждений

$$\begin{aligned} E(k) &= \frac{\mathcal{E}(k) + \mathcal{E}(k - 2k_F) - 2\mu}{2} + \\ &+ \sqrt{\frac{[\mathcal{E}(k) - \mathcal{E}(k - 2k_F)]^2}{4} + \Delta^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

а также значения  $u^2(k)$  и  $v^2(k)$  как функции волнового числа  $k$ :

$$\begin{aligned} u^2(k) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\mathcal{E}(k) - \mathcal{E}(k - 2k_F)}{\sqrt{[\mathcal{E}(k) - \mathcal{E}(k - 2k_F)]^2 + 4\Delta^2}} \right\}; \\ v^2(k) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\mathcal{E}(k) - \mathcal{E}(k - 2k_F)}{\sqrt{[\mathcal{E}(k) - \mathcal{E}(k - 2k_F)]^2 + 4\Delta^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, в одночастичном спектре возбуждений образуется диэлектрическая щель величиной  $2\Delta$ . Знак плюс в (15) соответствует верхней, минус — нижней подзонам. На рис. 1 показана энергетическая структура одночастичного спектра в сверхпроводящем состоянии. Фактически такая картина спектра связана с гибридизацией состояний с энергиями, близкими к энергии Ферми, но отличающимися на величину  $2k_F$ .

Для энергий, близких к энергии Ферми  $|\mathcal{E}(k) - \mu| \approx \Delta \ll E_F$ , справедливо выражение

$$\mathcal{E}(k) - E_F \approx E_F - \mathcal{E}(k - 2k_F),$$

с учетом которого (15) и (16) принимают вид

$$E(k) = \pm \sqrt{[\mathcal{E}(k) - \mu]^2 + \Delta^2} + W - U(0); \quad (17)$$

$$\begin{aligned} u^2(k) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\mathcal{E}(k) - E_F}{\sqrt{[\mathcal{E}(k) - E_F]^2 + \Delta^2}} \right\}; \\ v^2(k) &= \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\mathcal{E}(k) - E_F}{\sqrt{[\mathcal{E}(k) - E_F]^2 + \Delta^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

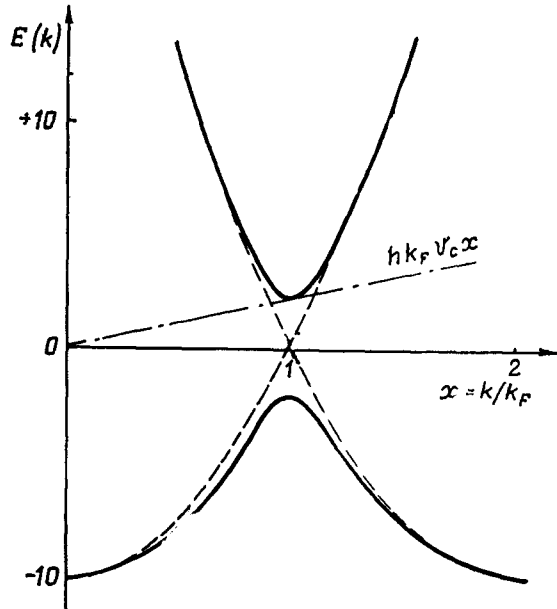


Рис. 1. Энергетическая структура одночастичного спектра в сверхпроводящем состоянии — сплошная и пунктирная линии в нормальном состоянии;  $\mu = 10$ ,  $\Delta = 2$  — в отн. ед.

Соответственно волновая функция одночастичных состояний  $\Psi(\xi)$  будет иметь вид для нижней зоны

$$\Psi_n(\xi) = \sqrt{\frac{1}{L}} \exp\{ika\xi\} [u(k) + v(k) \exp\{-2ik_F a\xi\}], \quad (19)$$

а для верхней

$$\Psi_v(\xi) = \sqrt{\frac{1}{L}} \exp\{ika\xi\} [v(k) - u(k) \exp\{-2ik_F a\xi\}]. \quad (20)$$

Состояния нижней зоны заняты, в верхней — свободны.

Величина диэлектрической щели определяется значением при  $k = 2k_F$ . Используя (2), (3) и (11), после вычисления интеграла (см. приложение) получаем

$$\Delta = \frac{8\pi k_F a J}{L} \operatorname{sh}^{-1} \left[ \frac{2k_F a E(q) K'(q)}{g} \right], \quad (21)$$

где  $K'(q) = K(\sqrt{1-q^2})$ .

При малых концентрациях бисолитонов  $L \rightarrow \infty$  (чему соответствует  $q \rightarrow 1$ ) (21) принимает вид

$$\Delta = \frac{8\pi k_F a J}{L} \operatorname{sh}^{-1} \left( \frac{k_F \pi a}{g} \right). \quad (22)$$

Используя значение плотности состояний  $N(E)$  в одномерной системе вблизи энергии Ферми  $E_{(F)}$ :

$$N_{(F)} = \frac{2}{e} \sum_k \delta(\mathcal{E}(k) - E_F) = \frac{1}{2\pi k_F a J}, \quad (23)$$

выражение для щели  $\Delta$  можно представить в виде

$$\Delta = 2\hbar\omega \operatorname{sh}^{-1} \left\{ -\frac{1}{\lambda} \right\}, \quad (24)$$

где  $\lambda = 2JgN(E_F) = GN(E_F)$ ;

$$G = 2Jg; \quad \hbar\omega = \frac{4\pi k_F a J}{L}.$$

Параметр  $\lambda$  имеет тот же смысл, что и соотношения для величины диэлектрической щели в теории БКШ. Он характеризует безразмерную постоянную электрон-фононного взаимодействия. Значение  $\hbar\omega$  зависит от концентрации бисолитонов, и для него имеет место соотношение

$$\hbar\omega N_{(F)} = 2/L, \quad \hbar\omega \ll E_F, \quad (25)$$

являющееся следствием выполнения условия (13).

Таким образом,  $\hbar\omega$  соответствует интервалу значений энергий, при которых ферми-частицы участвуют в образовании сверхпроводящего конденсата. Когда  $v$  постоянно,  $\Delta$  как функция  $k_F$ , показанная на рис. 2, имеет максимальное значение в области  $k_F$ , удовлетворяющих условию

$$ak_F \approx 2g/\pi \quad \text{или} \quad \lambda = 0,5.$$

Согласовывая условия (4) и (25) в области больших концентраций бисолитонов ( $q \rightarrow 0$ ), получим значение  $v = 1$ , при котором  $\Delta$  максимальна. В одномерном случае этому соответствует концентрация бисолитонов  $k_F/\pi$ , что свидетельствует об участии всех частиц в образовании сверхпроводящего

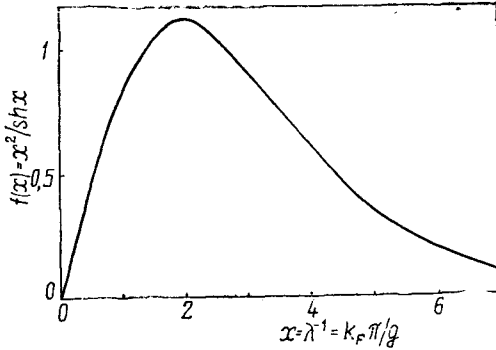


Рис. 2. Зависимость диэлектрической щели  $\Delta$  от волнового числа  $\pi k_F/g$ .

конденсата. В общем случае параметр  $\nu^{-1}$  определяет относительное число частиц, ответственных за сверхпроводимость. Его значение определяется наряду с условием (12) величиной энергии деформации  $W$ , сильно зависящей от структуры и механических свойств сверхпроводника.

При условии (25) для  $\hbar\omega_m$  получим

$$\hbar\omega_m = \frac{2^5 g^2 J}{\pi^3 \nu}. \quad (26)$$

Величина  $\hbar\omega_m$  является аналогом энергии Дебая  $\hbar\omega_D$  в теории БКШ.

Таким образом, аналогично теории БКШ в бисолитонной теории при переходе в сверхпроводящее состояние осуществляется перестройка одночастичного спектра возбуждений. Зависимость диэлектрической щели от параметра  $\lambda$  характерна для теории БКШ, но предэкспоненциальный множитель имеет иное значение, определяемое выражениями (24) и (25). Из сравнения  $\omega_D$  и  $\omega_m$  найдем условие реализации бисолитонного механизма сверхпроводимости

$$G > G_{cr} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\hbar\omega_D J \pi \nu},$$

которое может выполняться при небольших величинах  $\nu$ . Конкретное значение  $\nu$  обусловлено возможностью реализации деформации в сверхпроводящей системе. При  $G < G_{cr}$  механизм сверхпроводимости БКШ будет приводить к более высоким значениям критических температур. Вследствие зависимости  $\hbar\omega_m$  от  $\nu$  при наличии микроструктур, характерных для керамических сверхпроводников, возможно сосуществование  $\Delta$  с разными значениями  $\nu$ .

В работах [6, 7] при микроконтактной спектроскопии сверхпроводника  $\text{La}_{1,8}\text{Sr}_{0,2}\text{CuO}_4$  одновременно наблюдались две щели, имеющие значения  $2\Delta_1 = 13,3$  мэВ и  $2\Delta_2 = 26$  мэВ, чему по вышеизложенной модели сверхпроводимости соответствуют  $\nu = 1$ ,  $\nu = 2$  и  $\Delta_2/\Delta_1 = 2$ .

$\nu$	2	3	4	Параметр
$\Delta_e$ , мэВ	21,15	14	10,8	$\Delta_0 = 42$
$\Delta$ , мэВ	21	14	10,5	$r^* = 3,51$
$r_e$ (эксперимент)	5,3	3,51	2,7	$\nu^* = 3$
$r$ (теория)	5,27	3,51	2,7	$T_c = 92$ К

В сверхпроводящих пленках  $\text{LaSrCuO}$ , согласно туннельным измерениям [8], также сохраняется многощелевая картина с величинами щелей, приблизительно равными 20, 30 и 60 мэВ соответственно. Этому соотношению щелей можно сопоставить значения  $\nu$ , равные 3, 2 и 1. Существенно, что при туннельных измерениях вольт-амперные зависимости представляются характерными для спектра возбуждений типа (17). В недавно появившихся экспериментальных работах обнаружена многощелевая структура энергетического спектра одночастичных состояний в высокотемпературных сверхпроводниках (1—2—3). В таблице представлены экспериментальные значения щелей  $\Delta_e$  и их отношений к температуре сверхпроводящего перехода  $r_e = 2\Delta_e/k_B T_c$ , полученные в работе по туннельным [9] (для  $\nu = 2,4$ ) и оптическим измерениям [10] (для  $\nu = 3$ ) в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+\sigma}$  системах с  $T_c = 92$  К. Экспериментальные значения  $\Delta_e$  и  $r_e$ , приведенные в таблице, могут быть получены в нашей теории согласно формуле (26) на основании соотношений

$$\Delta(\nu) = \Delta_0/\nu, \quad r = r^*\nu^*/\nu \quad (27)$$

(их численные значения и величины  $\Delta_0$ ,  $r^*$  и  $\nu^*$  приведены в таблице).

В заключение авторы выражают благодарность А. С. Давыдову за постановку и обсуждение ряда вопросов, рассматриваемых в работе, а также Л. С. Брижик за обсуждение результатов. Авторы глубоко признательны Д. А. Киржницу за ценные замечания.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Определение энергетической щели  $\Delta = U(2k_F)$ , где  $U$  определяется выражением (11), сводится к вычислению интеграла

$$I = \frac{E(q)}{g} \int_{-L/2}^{L/2} \text{dn}^2(z, q) \exp \left\{ 2izak_F \frac{E(q)}{g} \right\} dz, \quad (\text{П.1})$$

где  $\text{dn}(z, q)$  — эллиптическая функция Якоби с модулем  $q$  [11]. Интеграл (П.1) является четной функцией относительно  $k_F$  и может быть вычислен с помощью теории вычетов. Контур интегрирования в комплексной плоскости  $z = z' + iz''$  показан на рис. 3. Функция  $\text{dn}(z, q)$  на оси  $z''$  имеет простые полюса в точках  $z_r = i(2n+1)$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Значение  $K'(q)$  определено в формуле (21). На действительной оси  $z'$  функция  $\text{dn}(z, q)$  периодична с периодом  $2K(q) = gL/E(q)$ . Учитывая (12) и (13), в результате интегрирования по участкам II, III и IV контура при  $|z_0| \rightarrow \infty$  получено нулевое значение. Таким образом, (П.1) принимает вид

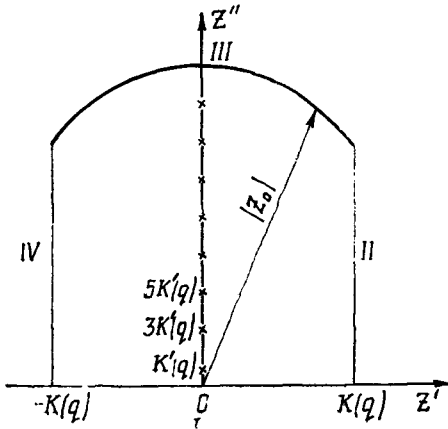


Рис. 3. Контур интегрирования при вычислении интеграла (П.1).

$$I = 2\pi i \sum_n \text{res} \left[ \text{dn}^2(z_r, q) \exp \left( 2izak_F \frac{E(q)}{g} \right) \right]. \quad (\text{П.2})$$

Осуществляя подсчет вычетов (простой вычет от  $\text{dn}(z_r, q)$  равен  $i(-1)^{n+1}$ ), получаем

$$I = -4 \frac{E^2(q)}{g^2} \text{pa} k_F \sum_{k=0}^{\infty} \exp \{ -2ak_F(2n+1) K'(q) E(q)/g \} = \frac{2\text{pa} k_F E^2(q)}{g^2 \text{sh} [2ak_F k'(q) E(q)/g]}. \quad (\text{П.3})$$

Отсюда следует формула для щели (21).

V. N. ERMAKOV and S. P. KRUCHININ

## ONE-PARTICLE EXCITATION SPECTRUM IN A BISOLITON MODEL OF SUPERCONDUCTIVITY

A bisoliton model of high-temperature superconductivity is formulated in terms of one-particle states. The transition to the superconducting state is shown to be accompanied by the energy spectrum rearrangement. The dielectric gap typical of the BCS theory appears. Its dependence on concentration of carriers is of nonmonotonous character. The conditions for realization of the bisoliton mechanism of superconductivity are considered.

LIST OF SYMBOLS.  $g$ , deformation interaction parameter;  $\kappa$ , elasticity coefficient;  $m$ , Fermi-particle mass;  $a$ , period of the chain;  $E_F$ , Fermi energy;  $\Delta$ , dielectric gap.

FIGURE CAPTIONS. Fig. 1. Energy structure of one-particle spectrum in superconducting state — solid and dash-dot lines in normal state.  $\mu = 10$ ,  $\Delta = 2$  in relative units.

Fig. 2. Dielectric constant  $\Delta$  dependence on wave number  $\pi k_F/g$ .

Fig. 3. Integration part for calculating the integral (П.1).

1. Шриффер Дж. Теория сверхпроводимости. — М.: Наука, 1970. — 311 с.
2. Гинзбург В. Л., Куржниц Д. А. Высокотемпературная сверхпроводимость // УФН. — 1987. — 152, вып. 4. — С. 575—582.
3. Давыдов А. С. Нелинейная бисолитонная модель высокотемпературной сверхпроводимости // ДАН УССР. Сер. А. — 1988. — № 9. — С. 47—50.
4. Davydov A. S. Nonlinear bisoliton model of high-temperature superconductivity of ceramic compounds // Nonlinearity. — 1989. — 2. — P. 383—389.
5. Davydov A. S. High-temperature superconductivity in ceramic compounds and the bisoliton model // Supercond. Sci. Technol. — 1989. — 2. — P. 153—158.

6. Микроконтактная спектроскопия высокотемпературного сверхпроводника  $\text{La}_{1,8}\text{Sr}_{0,2}\text{CuO}_4$  / И. К. Янсон, Л. Ф. Рыбальченко, В. В. Фисун и др. // ФНТ.— 1987.— 12, № 5.— С. 557—560.
7. Исследование энергетической щели и наблюдение электрон-фоонного взаимодействия в микроконтактах высокотемпературного сверхпроводника  $\text{La}_{1,8}\text{Sr}_{0,2}\text{CuO}_4$  с нормальным металлом / И. К. Янсон, Л. Ф. Рыбальченко, В. В. Фисун и др. // ФНТ.— 1989.— 15, № 8.— С. 803—823.
8. Electron tunneling studies of thin films of high- $T_c$  superconducting La—Sr—Cu—O / A. Karitulnic, M. Naito, D. P. E. Smith et al. // Phys. Rev. B.— 1987.— 35, N 13.— P. 7228—7231.
9. Зависимость щели от состава: энергетическая щель в La—Sr—Cu—O по данным туннельных исследований монокристаллов / И. Б. Альтфедер, А. П. Володин, И. К. Макаренко, С. М. Стишов // Письма в ЖЭТФ.— 1989.— 50, вып. 11.— С. 458—461.
10. Исследование сверхпроводящей энергетической щели в  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  сверхпроводниках методом комбинационного рассеяния света / В. П. Гнездилов, В. В. Еременко, В. С. Курносов и др. // ФНТ.— 1989.— 15, № 8.— С. 823—827.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.— М.: Наука, 1974.— 831 с.

Ин-т теоретической физики  
АН УССР,  
г. Киев

Получено 01.03.90